Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

средняя общеобразовательная школа № 2 имени Адмирала Ушакова

муниципального образования город-курорт Геленджик

**учитель математики Шапетина Ирина Сергеевна**

**ПОНЯТИЕ ПРОИЗВОДНОЙ.**

**ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИИ**

**Тема: Определение производной, ее геометрический и механический смысл.**

**Цели урока:**

1.Образовательная: рассмотреть непрерывные функции, дать

определение производной, ее геометрический и механический смысл.

2.Воспитательная: воспитывать интерес к учебе.

3.Развивающая: развивать понятие о функции.

**Ход урока:**

**1.Проверка домашнего задания.**

**2.Фронтальный опрос.**

-Какие точки называются точками разрыва функции ?

**-**Какой разрыв называется устранимым?

-дайте понятие разрыва 1 рода.

-Дайте понятие разрыва 2 рода.

**3.Изучение нового материала.**

Рассмотрим две задачи, приводящие к понятию производной функции.

**Задача 1.** Пусть материальная точка движется по прямой в одном направлении. Обозначим S - путь, пройденный точкой, а t-время; Путь, пройденный точкой за время t, зависит от t и изменяется по некоторому закону S=S(t). Отметим некоторый момент времени t0, и поставим задачу определить скорость материальной точки Vo в момент времени t0. Для этого рассмотрим другой момент времени по прошествии отрезка t, т. е. момент to+ t. К моменту t0, путь, пройденный точкой составит S(t0), в момент to+ t будем иметь путь S(to+t). За промежуток времени t точка прошла путь S=S(to+t)-S(to). Средняя скорость движения за время t

составит отношение

ср =

Эта средняя скорость отличается от мгновенной

скорости в момент t0, и тем ближе величина ср  к скорости Vo, чем меньше промежуток t. Устремим t к нулю (пишут t—>0), тогда предел, к которому стремится средняя скорость, и является скоростью нашей точки Vo в момент t0.

=

В формуле (1) рассматривается предел отношения приращения пути S к приращению времени t.

**Задача 2**. Рассмотрим график непрерывной функции y=f(x). Возьмем на этом графике точку Мо (х0, у0) и поставим задачу написать уравнение касательной прямой к графику y=f(x), проведенной в точке Мо.

Точка Мо имеет координаты х0, yo=f(xo); дадим переменной х приращение х и переместимся по графику из точки Мо в точку М. (в нашем случае х>0 и мы переместились вправо от точки Мо).

У *секущая*

М

*касательная*

К

М0

N

0 х0 х0+х х

Координаты М можно вычислить. Абсцисса М равна хо+х, а ордината y=f(xo+x). На сколько изменилось значение функции y=f(x) при перемещении из точки Мо в точку М? Это ***изменение функции называется приращением функции,*** обозначается у и вычисляется так: y=f(xo+ x)-f(xo).

В случае нашей функции (возрастающая) у>0. Прямая МоМ называется секущей и ее наклон к оси ОХ определяется тангенсом угла . Угловой

коэффициент секущей

Ксек = tg =

Если теперь неограниченно уменьшать приращение х, х0, то приращение функции у—>0 (наша функция непрерывна). При этом секущая М0М неограниченно приближается к положению М0К. Это предельное положение секущей и есть прямая, которая является касательной к графику y=f(x) в точке Мо. Угол наклона секущей к положительному направлению оси ОХ превратится в угол наклона касательной α*.* Тогда угловой коэффициент касательной прямой К получим так:

К= = tg , К= -— т.е. угловой коэффициент касательной

есть предел отношения приращения функции у к приращению аргумента х при стремлении х к нулю.

***Производной функции y=f (x) в точке х0 называется предел отношения приращения функции y=f(xo+ x) - f(x0) к приращению аргумента х к нулю при произвольном стремлении х к нулю, если такой предел существует.***

Обозначается производная функции f(x) в точке х0 символом f'(x0).

Итак, **f'(x0)=**  .

Из рассмотренных ранее задач получаем, что скорость прямолинейного движения материальной точки в момент времени t0 есть производная от пути по времени

**V(t0) = (t0)**

В этом состоит ***механический смысл производной.***

Вторая задача приводит нас к **геометрическому смыслу производной**. Мы получили, что угловой коэффициент касательной к кривой проведенной в точке Мо (хо,уо), есть f'(x0). Поэтому уравнение касательной к графику в точке Мо имеет вид:

у - у0 =К(х-х0),

у - у0 = f'(x0) (х-х0).

Для производной в точке х0 можно использовать и другие обозначения,

У!(х0), (х0), (х0), у! х= х

Мы дали определение производной функции y=f(x) в точке х0. Такую производную можно вычислять в различных значениях х, величина ее зависит от этого значения. Поэтому можно говорить о производной функции, определенной на некотором множестве значений х. Производную функции обозначают f'(x).

Посмотрим на графики функции y=f(x), y=q(x) и у =ф(х),

у

**у=f(х)**

М0

α1

1 1

а х0 0 х

Рис 22

У у= g(х)

М0

α2

0

а х0 х

рис 23

у

**у=(х)**

М0

α3

0 х0 1 х

α

рис 24

Функции f(x) и q(x) возрастают, но график, изображенный на рис. 22, -пологий на участке [а,0]; т.е. функция y=f(x) меняется (растет) медленно, график

же функции q(x) круто поднимается вверх на участке [а, ], т.е. q(x) меняется

(тоже растет) быстро, с большей скоростью. Проведем касательные к нашим графикам в точке Мо. Сравним углы а, и а2, которые образуют касательные к графикам с положительным направлением оси ОХ. Так как углы а, и аг острые, то tg α1, и tg α2 положительны и по смыслу производной это означает, что обе функции возрастают в интервале от (а; х0). Поскольку f'(xo)<q'(xo), график второй функции «круче», чем график первой.

Эти рисунки отражают общее явление: если функция возрастает на интервале и имеет производную в каждой точке этого интервала, то производная неотрицательна; если производная положительна во всех точках интервала, то функция строго возрастает на этом интервале.

Рассмотрим теперь рис.24. На нем изображен график убывающей на [хо,а] функции у=ф(х). Угол α3 касательной с осью ОХ тупой и tga3= !(хо)<О.

Этот рисунок отражает следующее общее явление: если функция убывает на интервале, то во всех точках этого интервала ее производная неположительна; если производная отрицательна, то функция строго убывает.

В сформулированных утверждениях следует строго различать необходимые и достаточные условия. Поясним это примерами.

Функция у=х3 строго возрастает на всей **вещественной** оси (рис.25). Для ее производной имеем *у'* = Зх2 ■ В частности, у'=0 при х=0. Это означает, что положительность производной является достаточным, но не является необходимым условием (строгого) возрастания. Кроме того, следует не упускать из вида, что на участках возрастания (убывания), строгого или нет, могут встречаться точки, в которых функция вообще не имеет производной. Простейший пример дает функция у=2х+|х|, график которой имеет вид (рис. 26):

У у

0 0

Х х

Рис 25 рис 26

Вернемся снова к рис.21. Мы показали, что при движении из точки х0 в точку хо+х по графику функции y=f(x) ордината точки получает приращение y=f(xo+x)-f(xo), На рисунке это приращение у равно отрезку NM. Если же двигаться из точки х0 в точку хо+х по касательной, проведенной в точке Мо то ордината получит приращение, равное отрезку KN. Вычислим величину этого приращения. Из треугольника M0KN следует катет: KN=M0N tga.. Так как tga=f'(x0), а M0N= x, то

КN=f'(х„) х.

Произведение производной f'(x) на приращение х называется **дифференциалом** функции y=f(x) в точке х0. Обозначают дифференциал dy(x) или df(x). Поэтому можно написать dy=df(x)=f (х) х. Для приращения независимой переменной имеем Ax=dx, и поэтому дифференциал записывается в виде df=f (x)dx.

Заметим, что приращение функции у при малом приращении x=dx по величине «очень мало» отличается от приращения по касательной, т.е. от дифференциала dy. Так как касательная в т. М, «почти совпадает» с кривой в малой окрестности точки х0 то разность (y - dy) стремится к нулю «быстрее», чем х, при х—>0. Это обстоятельство используется в приближенных вычислениях .

**4.Закрепление**.

Определить производную функций:

№1. У!= ; №2. У!= №3. У!=

№4. У!= №5. У!=

**5.Домашнее задание.**

Определить производную функций:

. №1. У!=

№2. . У!=